018831

[Total No. of Pages : 3

1-3-112-R20

THREE YEAR B.A./B.Sc./B.Sc. DEGREE IN WEB ENABLED TECHNOLOGIES DEGREE EXAMINATION, JANUARY - 2024

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

PART - II : Mathematics

PAPER- III - *Abstract Algebra*

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic year 2021-22)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

(5×5=25)

Answer any FIVE questions. Each question carries equal marks.

ఈ క్రింది వానిలో ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు మార్కులు సమానము.

1. If $(G,*)$ is a group and $a,b\in G$, then prove that, $(a*b)^{-1}=b^{-1}*a^{-1}$,
$(G,*)$ ఒక సమూహం మరియు $a,b\in G$, అయితే అప్పుడు $(a*b)^{-1}=b^{-1}*a^{-1}$ అని నిరూపించండి.

2. Find the order of all elements of the $(G=\{1,-1,i,-i\},\ X)$
$(G=\{1,-1,i,-i\},\ X)$ సమూహంలోని అన్ని మూలక తరగతులను కనుగొనండి.

3. Prove that intersection of two subgroups of a group is again a subgroup of that group.
ఒక సమూహం యొక్క రెండు ఉపసమూహాల ఛేదనం, ఆ సమూహానికి ఉపసమూహం అగును అని నిరూపించండి.

4. Find all cosets of the subgroup 4Z of the group (Z,+)
(Z,+) సమూహానికి, ఉపసమూహం 4Z యొక్క సహ సమితులు కనుగొనండి.

5. Prove that, if the index of the subgroup H of group G is 2, then H is normal subgroup of G.
సమూహం G లో ఉపసమూహం H యొక్క ఇండెక్స్ 2 అయితే, ఆ ఉపసమూహం, G కి అభిలంబం అని నిరూపించండి.

6. Show that $f:G\to G'$ defined by $f(X)=e^x$ is an isomorphis, Where G is a group of real numbers under addition and G' is a group of positive real numbers under multiplication.
$f:G\to G'$ను $f(X)=e^x$గా నిర్వచిస్తే, f ను తుల్య రూపత అని నిరూపించండి. ఇక్కడ G సంకలనం దృష్ట్యా వాస్తవ సంఖ్యలు కలిగిన సమూహం మరియు G', గణనం దృష్ట్యా ధన వాస్తవ సంఖ్యలు కలిగిన సమూహం.

[P.T.O.

Scanned with OKEN Scanner

7. If $f=(12345876), g=(41567328)$ are cyclic permutations, then show that $(fg)^{-1}=g^{-1}f^{-1}$

$f=(12345876), g=(41567328)$లు చక్రీయ ప్రసారాలు అయితే, $(fg)^{-1}=g^{-1}f^{-1}$ అని చూపండి.

8. Prove that every Boolean ring is an abelian.

బూలియన్ వలయం వినిమయం అని నిరూపించండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All questions. Each question carries equal marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు మార్కులు సమానము. **(5×10=50)**

9. a) Prove that, in a group $(G,*)$ for $a, b \in G$, the equations $a*X=b$ and $y*a=b$ have unique solution in G.

సమూహం $(G,*)$ లో $a, b \in G$ లకు $a*X=b$ మరియు $y*a=b$ సమీకరణాలకు G లో ఏకైక సాధనాలు ఉండును అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Show that set G of all positive rational numbers forms an abelian group under the composition * defined by $a*b=\frac{ab}{3}$ for $a,b\in G$.

ధన అకరణీయ సంఖ్యలు కలిగిన సమితి G పై * ను $a,b\in G$ లకు $a*b=\frac{ab}{3}$ గా నిర్వచిస్తే, G వినిమయం అని నిరూపించండి.

10. a) Let H be a non empty subset of a finite group G. Prove that if $a,b\in H$ implies $ab\in H$, then H is a subgroup of G.

$a,b\in H \Rightarrow ab\in H$ అయ్యే విధంగా, పరిమిత సమూహం G కి H ఒక శూన్యం కాని ఉపసమితి అయితే, అప్పుడు H, G కి ఉపసమూహం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Lagrange's theorem for groups.

సమూహాల లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని రాసి, నిరూపించండి.

Scanned with OKEN Scanner

11. a) Prove that, any two left cosets of a subgroup are either disjoint or identical.
ఒక ఉపసమూహం యొక్క ఏవైనా రెండు ఎడమ సహసమితులు సమానాలు లేదా విభిన్నాలు అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Let $f:G \to G'$ be a homomorphism. Then prove
$f:G \to G'$ ఒక సమరూపత అయితే, అప్పుడు

i) $f(e)=e'$ where e and e' are identities in G and G' respectively.
$f(e)=e'$, ఇక్కడ e మరియు e'లు వరుసగా G మరియు G'లో తత్సమ మూలకాలు.

ii) $f(a^{-1})=\{f(a)\}^{-1}$ for all $a \in G$
ప్రతి $a \in G$కి $f(a^{-1})=\{f(a)\}^{-1}$

12. a) State and prove Cayley theorem for group
సమూహాల కెయిలీ సిద్ధాంతాన్ని రాసి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that, every subgroup of cyclic group is cyclic
చక్రీయ సమూహం యొక్క ప్రతి ఉపసమూహం చక్రీయం అని నిరూపించండి.

13. a) Prove that, every finite integral domain is a field.
ప్రతి పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశం క్షేత్రం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the set of all real numbers is a field with usual addition and usual multiplication.
వాస్తవ సంఖ్యలు కలిగిన సమితి మామూలు సంకలనం మరియు గణనం దృష్ట్యా క్షేత్రం అని నిరూపించండి.

Scanned with OKEN Scanner

[Total No. of Pages : 3

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL -2021

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

Paper - I : ABSTRACT ALGEBRA

(w.e.f. 2016-17)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** of the following. Each question carries 5 marks. (5×5=25)

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Prove that the set G of rational numbers other than 1, with operations ⊕ such that a⊕b=a+b-ab for $a,b \in G$ is an abelian group.

   G అనేది 1 కాకుండా మిగిలిన అన్ని అకరణీయ సంఖ్యల సమితి $a,b \in G$ అయితే a⊕b=a+b-ab ఎబీలియన్ సమూహమని చూపుము.

2. Let G be a group for $a,b \in G$ prove that $(ab)^{-1} = b^{-1}.a^{-1}$.

   G ఒక సమూహము అనుకోండి $a,b \in G$ కు $(ab)^{-1} = b^{-1}.a^{-1}$ నిరూపించుము.

3. If H and K are two subgroups of a group G, then prove that HK is a subgroup at G iff HK=KH.

   ఒక సమూహము G లో H, K లు ఉపసమూహాలయితే, HK కూడా లో ఉపసమూహము కావలెనన్న ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము HK=KH అని చూపండి.

4. If H is any subgroup of a group $(G_1{}^{o})$ and $h \in G$, then prove that $h \in H$ iff hH=H=Hh.

   సమూహము $(G_1{}^{o})$ లో H ఏదైనా ఉపసమూహము మరియు $h \in G$ అనుకొనుము. అప్పుడు $h \in H \Leftrightarrow hH = H = Hh$ నిరూపించుము.

5. Prove the intersection of any two normal subgroups of a group is a normal subgroup.

   ఒక సమూహములో రెండు అభిలంబ ఉపసమూహచ్ఛేదనము ఒక అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపండి.

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

6. Prove that every homomorphic image of an abelian group is abelian.

ఒక వినిమయ సమూహము యొక్క ప్రతిసమరూపతా ప్రతిబింబము ఒక వినిమయ సమూహము అవుతుంది అని నిరూపించండి.

7. Find the orbits of. $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}$. Also find the order of f.

ప్రస్తారము $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ యొక్క కక్ష్యలను తెలపండి. ఇంకా f యొక్క పరిమాణము తెలపండి.

8. Prove a Cyclic group of order n has $\phi(n)$ generators.

n తరగతి కలిగిన చక్రీయ సమూహమునకు $\phi(n)$ జనక మూలకాలుంటాయి అనిచూపండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All the five following. Each question carries 10 marks. (5×10=50)

ఈక్రింది 5 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

9. a) Prove that a finite semigroup G satisfying cancellation laws is a group.

ఒక పరిమిత అర్ధసమూహము G లో కొట్టివేత నియమాలను పాటించిన సమూహము అవుతుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the set of n^{th} roots of under, under multiplicatioin form a finite group.

'1' యొక్క n వ మూలకములతో ఏర్పడిన సమితి గుణకారము దృష్ట్యా ఒక పరిమిత సమూహము అని చూపండి.

10. a) The necessary and sufficient condition for a finite complex H of a group G to be a subgroup of G is $a,b \in H \Rightarrow ab \in H$.

ఒక సమూహము G లో పరిమిత కాంప్లెక్స్ H. G లో ఉపసమూహము అగుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము $a,b \in H \Rightarrow ab \in H$.

(OR/లేదా)

b) State and prove Lagrange's theorem.

లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

11. a) If G is a group and H is a subgroup of index 2 in G then prove that H is a Normal subgroup of G.

G ఒక సమూహము మరియు G లో H ఉపసమూహము H యొక్క సూచిక 2 అయితే G లో H అభిలంబ ఉపసమూహం అని నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

Scanned with OKEN Scanner

b) If M and N are normal subgroups of a group G and if $M \cap N = \{e\}$, then prove that every element of M commutes with every element of N.

M,N లు సమూహము G యొక్క అభిలంబ ఉపసమూహాలయి, $M \cap N = \{e\}$ అయితే M లోని ప్రతిమూలకము N లోని ప్రతి మూలకముతో వినిమయ ధర్మాన్ని పాటిస్తుందని చూపండి.

12. a) State and prove fundamental theorem of homomorphism of groups.

సమూహాల యొక్క సమరూపతా మూలసిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Define homomorphism and Isomorphism between two groups. If $f: G \to G'$ is homomorphism then show that f is Isomorphism iff $\ker f = \{e\}$.

సమరూపత మరియు తుల్యరూపతను నిర్వచించండి. $f: G \to G'$ సమరూపతయితే f తుల్యరూపతకావడానికి $\ker f = \{e\}$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్తనియమము అని చూపండి.

13. a) State and prove cayley's theorem.

కెయిలీ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Define permulation group, show that every permutation can be uniquely expressed as a product of disjoint cycles.

ప్రస్తార సమూహాన్ని నిర్వచించండి. ప్రతి ప్రస్తారాన్ని వియుక్త చక్రాల లబ్ధంగా వ్రాయవచ్చును అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, OCTOBER/NOVEMBER 2019

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

Part II — Mathematics

Paper I — ABSTRACT ALGEBRA

(w.e.f. 2016-17)

Time : 3 hours Max. Marks : 75

SECTION – A
సెక్షన్ – ఎ

Answer any FIVE of the following questions. Each question carries 5 marks.
ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

(Marks : 5 × 5 = 25)

1. Show that the set Q_+ of all positive rational numbers, form an abelian group under the composition defined by 'o' such that $aob = \frac{ab}{3}$, $\forall a, b \in R$.
ధన అకరణీయ సంఖ్యా సమితి Q_+ పై 'o' పరిక్రియను $a, b \in Q_+$ కు $aob = \frac{ab}{3}$ గా నిర్వచింపబడిన $(Q_+, 0)$ ఒక వినిమయ సమూహము అని చూపండి.

2. Show that a group G, $a, b \in G$ is abelian iff $(ab)^2 = a^2b^2$.
సమూహము G లో $a, b \in G$, $(ab)^2 = a^2b^2 \Leftrightarrow$ G వినిమయ సమూహము అని చూపుము.

3. If H and K are two subgroups of a group G, then prove that $H \cap K$ is also a subgroup of G.
ఒక సమూహము G లో H, K లు ఉపసమూహాలు అయితే $H \cap K$ కూడా G లో ఉపసమూహము అవుతుందని చూపుము.

4. Prove that any two right cosets of a subgroup of a group are either disjoint or identical.
ఒక ఉపసమూహము యొక్క ఏవైనా రెండు కుడి సహసమితిలైనా వియుక్తాలు లేదా సమానాలు అని చూపుము.

5. Prove that every subgroup of an abelian group is normal.
వినిమయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము, అభిలంబము అని నిరూపించుము.

6. If f is a homomorphism from a group G into a group G', then prove that Ker f is a normal Subgroup of G.
సమూహము G నుండి సమూహము G' నకు f అను ప్రమేయము, సంగ్రస్త సమరూపత అయిన, G నకు Ker f ఒక అభిలంబ ఉపసమూహము అవుతుందని నిరూపించండి.

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

7. Find the regular permentation group isomorphic to the multiplicative group $\{1, -1, i, -i\}$
గుణాన సమూహము $\{1, -1, i, -i\}$ కు తుల్యరూపత కలిగిన క్రమ సాస్థవ సమూహము కనుక్కోండి.

8. Find the generators of the cyclic group $G = (\{1,2,3,4,5,6\}, X_7)$
చక్రీయ సమూహము $G = (\{1,2,3,4,5,6\}, X_7)$ కు జనక మూలకాలను కనుగొనుము.

SECTION – B
సెక్షన్ – బి

Answer ALL questions. Each question carries 10 marks.
అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

(Marks : 5 × 10 = 50)

9. (a) Prove that a finite semi group G, satisfying cancellation laws is a group.
ఒక పరిమిత అర్ధ సమూహము G కొట్టివేత నియమాలను పాటించిన సమూహము అవుతుందని చూపండి.

Or

(b) If G is a group and $a, b \in G$, then show that the equations $ax = b$ and $ya = b$ have unique solutions in G.
G ఒక సమూహము మరియు $a, b \in G$ అయిన G లో $ax = b$ మరియు $ya = b$ సమీకరణాలకు ఏకైక సాధనాలు కలిగి ఉంటాయని చూపండి.

10. (a) Show that the necessary and sufficient condition for a non empty complex H of a group G to be a subgroup of G is $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$.
సమూహము G యొక్క శూన్యేతర సంకీర్ణము H, G నకు ఉపసమూహము అగునట్లు ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ అని చూపండి.

Or

(b) State and Prove Lagrange's theorem on groups.
సమూహాలపై లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

11. (a) Prove that a subgroup H of a group G is Normal iff $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$.
సమూహము G లో H ఉపసమూహము కావటానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము, $\forall x \in G$ కి $xHx^{-1} = H$ నిరూపించుము.

Or

(b) If G is a group and H is a subgroup of index 2 in G, then prove that H is a normal subgroup.
G ఒక సమూహము మరియు G లో H ఉపసమూహము. H యొక్క సూచిక 2 అయితే G లో H అభిలంబ ఉపసమూహము అని నిరూపించుము.

Scanned with OKEN Scanner

12. (a) State and Prove fundamental theorem of homomorphism of groups.
సమూహాల యొక్క సమరూపతా మూలసిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

(b) Let f be a homomorphism from a group G into a group G'. Then prove that f is a homomorphism iff Ker $f = \{ e \}$.
సమూహము G నుండి సమూహము G' కు నిర్వచింపబడిన సంగ్రస్త సమరూపత, అన్వేక సమరూపత $\Leftrightarrow$ Ker $f = \{ e \}$ నిరూపించుము.

13. (a) State and prove Cayley's theorem.
కెయిలీ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

(b) Prove that every infinite cyclic group is isomorphic to Z, the additive group of integers.
ఏ అనంత చక్రీయ సమూహము అయినా $(Z, +)$ సమూహమునకు తుల్యరూపత ఉండునని చూపండి.

———

Scanned with OKEN Scanner

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — OCTOBER/NOVEMBER 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

Part II – Mathematics

Paper I — ABSTRACT ALGEBRA

(w.e.f. 2016-17)

Time : 3 hours | Max. Marks : 75

SECTION – I

సెక్షన్ – I

Answer any FIVE of the following questions.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

(Marks : 5 × 5 = 25)

1. If G is a group and $a, b \in G$ then show that the equation $ax = b$ and $ya = b$ have unique solution in G.

   G అను సమూహములో $a, b \in G$ అగినట్లు $ax = b$ మరియు $ya = b$ లకు G లో ఏకైక సాధన వుంటుందని చూపండి.

2. Show that (Z_5, X_5) is an abelian group.

   (Z_5, X_5) అనునది వినిమయ సమూహము అని చూపండి.

3. If H is sub-group of group G then show that $H^{-1} = H$.

   సమూహము G లో H ఉపసమూహమయితే $H^{-1} = H$ అని చూపండి.

4. Define co-sets. If H is sub-group of group G and $a,b \in G$ then show that $Ha = Hb \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$.

   సహసమితులను నిర్వచించండి. సమూహము G లో H ఉపసమూహము మరియు $a,b \in G$ అయితే $Ha = Hb \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$ అని చూపండి.

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

5. Define Normal sub-group. Show that every sub-group of an abelian group in Normal.

అభిలంబ ఉపసమూహాన్ని నిర్వచించండి. వినిమయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము అభిలంబ ఉపసమూహమని చూపండి.

6. Let G, G' be two group and $f : G \rightarrow G'$ is a homomorphism then show that $f(e) = e'$ and $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$, $e \in G, e' \in G', a \in G$.

G, G' లు రెండు సమూహాలు మరియు $f : G \rightarrow G'$ సమరూపత అయితే $f(e) = e'$ మరియు $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$, $e \in G, e' \in G', a \in G$ అని చూపండి.

7. Show that every cyclic group is abelian.

ప్రతి చక్రీయ సమూహము వినిమయ సమూహమని చూపండి.

8. Define odd and even permutation. Show that (1 6 5 2) is an odd permutations.

బేసి మరియు సరి ప్రస్తారాలను నిర్వచించండి. (1 6 5 2) బేసి ప్రస్తారమని చూపండి.

SECTION – II

సెక్షన్ – II

Answer any FIVE of the following.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 10 = 50$)

9. (a) If $G = Q - \{1\}$ and '0' defined on G as $a \circ b = a + b - ab$ then show that $(G, \circ)$ is an abelian group.

$G = Q - \{1\}$ మరియు '0' ను G పై $a \circ b = a + b - ab$ గా నిర్వచిస్తే $(G, \circ)$ వినిమయ సమూహమని చూపండి.

Or

(b) $G = \{a + b\sqrt{2} / a, b \in Q\}$ show that $(G, +)$ is an abelian group.

$G = \{a + b\sqrt{2} / a, b \in Q\}$ అగునట్లు $(G, +)$ వినిమయ సమూహమని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

10. (a) Show that the union of two sub-groups of group G is also a sub-group iff one is subset of another.

సమూహము G యొక్క రెండు ఉపసమూహాల సమ్మేళనము ఉపసమూహము కావడానికి. ఒకటి మరొకదానికి ఉపసమితి అవుతుంది అనునది ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Or

(b) State and prove Lagrange's theorem for finite group.

పరిమిత సమూహాలకు లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

11. (a) Prove that subgroup H of a group G is normal sub-group iff product of two right cosets of H in G is again a right cost of H in G.

సమూహము G లోని ఉపసమూహము H అనునది అభిలంబ ఉపసమూహము కావడానికి, G లోని H యొక్క రెండు కుడి సహసమితుల లబ్దము కుడి సహసమితి అవుతుంది అనునది ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Or

(b) If G is a group and H is sub-group of Index 2 in G then show that H is a normal sub-group.

సమూహము G లో H అనునది సూచిక 2 కల్గిన ఉపసమూహము అయితే H అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపండి.

12. (a) Define Kernel of homomorphism. If $f: G \to G'$ is homomorphism then show that Ker f is normal sub-group of G.

సమరూపతా కెర్నెలును నిర్వచించండి. $f: G \to G'$ సమరూపత అయితే Ker f అనునది G లో అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపండి.

Or

(b) Define homomorphism and Isomorphism between two groups. If $f: G \to G'$ is homomorphism then show that f is Isomorphism iff Ker $f = \{e\}$.

సమరూపతలు మరియు తుల్యరూపతలను నిర్వచించండి. $f: G \to G'$ సమరూపతలయితే f తుల్యరూపతలు కావడానికి Ker $f = \{e\}$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

13. (a) Define permutation group, show that every permutation can be uniquely expressed of a product of disjoint angles.

ప్రస్తార సమూహాన్ని నిర్వచించండి. ప్రతి ప్రస్తారాన్ని వియుక్త చక్రాల లబ్ధంగా వ్రాయవచ్చు అని చూపండి.

Or

(b) Define cyclic group. Show that a group of prime order is cyclic.

చక్రీయ సమూహాన్ని నిర్వచించండి. ప్రధాన తరగతి గల సమూహము చక్రీయమని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

1-3-112

THREE YEAR B.A./B.SC. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER-2017

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

PAPER - I : ABSTRACT ALGEBRA

(W.e.f. 2016-17)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

సెక్షన్ - ఎ

Answer any **Five** of the following. (5 × 5 = 25)

ఈ క్రింది ఏవేని **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Show that a finite semi-group G Satisfies cancellation laws in a group (5)

ఒక పరిమిత అర్ధసమూహము కొట్టి వేతన్యాయాలు తృప్తిపరిస్తే అది సమూహము అవుతుందనిచూపండి.

2. If o is defined on z, of aob = a + b – 3 then show that (z, 0) in an abelian group. (5)

z, పై 'o' ను $a_{0b} = a + b - 3$ గా నర్వచిస్తే (z, 0) వినిమయ సమూహము అవుతుందని చూపండి.

3. Show that a finite non-empty complex H of a group G is a sub-group of G iff $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$. (5)

సమూహము G లో పరిమిత శూన్యేతర కాంప్లెక్స్ H అనునది ఉపసమూహము కావడానికి $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్తనియమము అని చూపండి.

[P.T.O.

Scanned with OKEN Scanner

4. If H is sub-group of a group G then show that the relation $a \equiv b(\text{mod}\,H)$ is equivalence relation in G. (5)

సమూహము G లో H ఉపసమూహముయితే $a \equiv b(\text{mod}\,H)$ అను సంబంధము తుల్యసంబంధము అని చూపండి.

5. Show that intersection of any two normal sub-groups of a group is a normal sub-group. (5)

ఒక సమూహము యొక్క రెండు అభిలంబ ఉపసమూహాల ఛేదనము అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపండి.

6. Define Kernel of homomorphism. If $f: G \to G^1$ is homomorphism then show that Kerf is normal sub-group of G. (5)

సమరూపతా కెర్నెలును నిర్వచించండి $f : G \to G^1$ సమరూపలయితే kerf అనునది G లో అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపండి.

7. If $f = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 8\ 7\ 6)$, $g = (4\ 1\ 5\ 6\ 7\ 3\ 2\ 8)$(are cyclic permutational) Show that $(fg)^{-1} = g^{-1}f^{1}$. (5)

$f = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 8\ 7\ 6)$, $g = (4\ 1\ 5\ 6\ 7\ 3\ 2\ 8)$ (are cyclic permutational) అనునవి చక్రీయ ప్రస్తారాలయితే Show that $(fg)^{-1} = g^{-1}f^{1}$.

8. Show that $G = \{1, -1, i, -i\}$ is a cyclic group w.r. to multiplication. (5)

$G = \{1, -1, i, -i\}$ అనునది గుణకారపరిక్రియ దృష్ట్యా చక్రీయ సమూహము అని చూపండి.

SECTION - B

సెక్షన్ - బి

Answer **all Five** questions. Each question carries 10 marks. (5 × 10 = 50)

9. a) Show that the set $G = \left\{ \begin{bmatrix} x & x \\ n & n \end{bmatrix} \Big/ n \neq 0 \in R \right\}$ is a group w.r. to multiplication of matrices. Is it arelian? (10)

Scanned with OKEN Scanner

$G = \left\{ \begin{bmatrix} x & x \\ n & n \end{bmatrix} \Big/ n \neq 0 \in R \right\}$ అను సమితి మాత్రికల గుణకారము దృష్ట్యా సమూహము అవుతుందని చూపండి. ఇది వినిమయసమూహము?

OR

b) Show that the set of all ordered pairs (a, b) of real numbers for which $a \neq 0$ w.r.t. to operation X defined by $(a, b)X(c, d) = (ac, bc + d)$ is a group. **(10)**

వాస్తవసంఖ్యల క్రమయుగ్మాల సమితి (a, b) లో $a \neq 0$ మరియు X ను $(a, b)X(c, d) = (ac, bc + d)$ గా నిర్వచిస్తు ఇది సమూహము అవుతుందని చూపండి.

10. a) Show that union of Two subgroups of a group G is also a sub-group iff one is sub-set of another. **(10)**

సమూహము G యొక్క రెండు ఉపసమూహాల సమ్మేళనము ఉపసమూహము కావడానికి ఒకటి మరోకదానికి ఉపసమితి అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

OR

b) If H and K are two subgroups of a group G then show that H K is a subgroup iff $HK = KH$. **(10)**

సమూహము G లో H, K లు రెండు ఉపసమూహాలయితే H K ఉపసమూహము కావడానికి $HK = KH$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

11. a) Define normal sub-group. Show that a sub-group H of a group G is Normal iff $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$. **(10)**

అభిలంబ ఉపసమూహాన్ని నిర్వచించి, సమూహము G లో H అను ఉపసమూహము అభిలంబ ఉపసముహము కావడానికి $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

OR

b) Show that a sub-group H of a group G is normal sub-group iff the product of Two right cosets of H in G is again a right coset **(10)**

సమూహము G లో H అను ఉపసమూహము అభిలంబ ఉపసమూహము కావడానికి, రెండు సది సహసమితుల లబ్దము సది సహసమితి అవుతుంది అనునది ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

12. a) State and prove fundamental theorem of group homomorphism. **(10)**

సమూహసమరూపతా మూలసిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR

b) Define homomorphism and Isomorphism between two groups. If $f : G \rightarrow G^{1}$ is homomorphism then show that f is Isomorphism iff $\ker f = \{e\}$. **(10)**

రెండు సమూహాల మధ్య సమరూపతలు తుల్యరూపతలను నిర్వచించండి $f : G \rightarrow G^{1}$ సమరూపతలయితే అది తుల్య రూపతలు కావడానికి $\ker f = \{e\}$ అనునది ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

13. a) State and prove cayley's theorem on permutation groups. **(10)**

ప్రస్తారసమూహాల కేలీ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR

b) Define cyclic group. Show that every subgroup of a cyclic group is cyclic **(10)**

చక్రీయ సమూహన్ని నిర్వచించి ఒక చక్రీయ సమూహము యొక్క ఉపసమూహము చక్రీయ సమూహము అని చూపండి.

◆◆◆◆

Scanned with OKEN Scanner

(26111)

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL/MAY 2016.

SECOND YEAR EXAMINATION

Part II – Mathematics

Paper II — ABSTRACT ALGEBRA AND REAL ANALYSIS

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

(No additional sheet will be supplied)

Answer any TEN questions, choosing atleast ONE question from each Unit.

Each question carries 10 marks.

ప్రతి యూనిట్ నుండి ఒక ప్రశ్నను ఎంచుకొని ఏదైనా పది ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

(10 × 10 = 100)

UNIT I

(GROUPS, SUB GROUPS AND COSETS)

1. Prove that $C = \{x + iy / x, y \in R$ and $i^2 = -1\}$ forms an infinite abelian group under multiplication.

గుణకారం దృష్ట్యా $C = \{x + iy / x, y \in R$ and $i^2 = -1\}$ అనేది అనంత ఎబిలియన్ సమూహం అని చూపండి.

2. If H, K are two subgroups of a group G, then prove that HK is also subgroup of G, when $HK = KH$.

సమూహం G లో H, K లు రెండు ఉపసమూహాలు ఐతే $HK = KH$ అయినప్పుడు HK కుండా G లో ఉపసమూహం అని చూపండి.

3. Prove that union of two subgroups of a group is a subgroup, when one is contained in another.

ఒక సమూహంలో ఇంకొకటి కల్గి వుండినప్పుడు,రెండు ఉపసమూహాల సమ్మేళనము కూడా సమూహానకు ఉపసమూహం అవుతుందని చూపండి.

4. If H is any subgroup of group $(G, \bullet)$ and $h \in G$ then prove that $h \in H$, when $hH = Hh = H$.

$(G, \bullet)$ సమూహం నందు H ఉపసమూహం మరియు $h \in G$ అయినప్పుడు, $hH = Hh = H$ కి, $h \in H$ అని చూపండి.

UNIT II

(NORMAL SUBGROUPS, HOMOMORPHISM, PERMUTATION AND CYCLIC GROUPS)

If G is a group and H is a subgroup of index = 2 in G, then prove that H is a normal subgroup of G.

సమూహం G నందు H అనేది ఉపసమూహం మరియు సూచిక = 2,గా గల్గి వుండినప్పుడు, G లో H అనేది అభిలంబ సమూహం అని చూపండి.

State and prove fundamental theorem on homomorphism of groups.

సమూహాల మీద,సమతుల్యత ప్రధాన సిద్ధాంతంను ప్రవచించి, నిరూపించుము.

Examine the following permutations are even or odd.

క్రింది ప్రస్తారాలు సరియా,బేసియా,పరిశీలించండి.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 3 & 1 & 8 & 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Show that $G = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, X_7)$ is a cyclic group. Also find all its generators.

$G = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, X_7)$ అనేది చక్రీయ సమూహం అని చూపండి,మరియు అన్ని జనకాలను కనుక్కోండి

UNIT III

(RINGS, IDEALS, HOMOMORPHISM OF RINGS)

Prove that every finite integral domain is a field.

ప్రతి పరిమిత సమాకలన ప్రదేశం అనేది క్షేత్రం అవుతుందని చూపండి.

). If R is a commutative ring and has characteristic is 3, then prove that $(a+b)^3 = a^3 + b^3$, $\forall\, a, b \in R$.

R వినిమయవలయం మరియు లాక్షణికత 3 అయితే $(a+b)^3 = a^3 + b^3$ $\forall\, a, b \in R$ అని చూపండి.

1. If R is a commutative ring with unity, U is an ideal of R, prove that U is a maximal ideal, when R/U is a field.

తత్సమంను కల్గివున్న R వినిమయవలయం, మరియు R లో U ఒక ఆదర్శం ఐతే R/U క్షేత్రం అయినప్పుడు U అనేది గరిష్ట ఆదర్శం అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

12. If $f: R^1 \to R$ is defined as $f\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = a$ and $R^1 = \left\{\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \middle/ a \in R\right\}$ and R is ring of real numbers, prove that f is isomorphism.

$f: R^1 \to R$ ను $f\left(\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = a$ గా నిర్వచిస్తే, R అనేది వాస్తవ సంఖ్యల వలయం, $R^1 = \left\{\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \middle/ a \in R\right\}$ అయితే f అనేది తుల్యరూపత అని చూపండి.

UNIT IV

(CONTINUITY AND INFINITE SERIES)

13. Test the convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+1}-n^2\right)$.

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+1}-n^2\right)$ శ్రేఢికి అభిసరణను పరిశీలించండి.

14. State and prove Cauchy n^{th} root test.

కాషీ n వ మూల పరీక్షను ప్రవచించి,నిరూపించుము

15. Examine, the continuity of $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{1-\cos 4x}$ when $x \neq 0$ and $f(0) = 2/3$.

$f(x) = \frac{1-\cos 2x}{1-\cos 4x}$, ఇచ్చుట $x \neq 0$, మరియు $f(0) = 2/3$ అయితే f కి అవిచ్ఛిన్నతను పరిశీలించండి.

16. If f is continuous on $[a, b]$, then prove that f is uniformly continuous on $[a, b]$.

$[a, b]$ మీద f అవిచ్ఛిన్నము అయితే $[a, b]$ మీద f అనేది ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము అవుతుంది అని చూపండి.

UNIT V

(DIFFERENTIATION, RIEMANN INTEGRATION)

17. If $f(x) = x\left(\frac{e^{1/x}-e^{-1/x}}{e^{1/x}+e^{-1/x}}\right)$, when $x \neq 0$ and $f(0) = 0$ show that f is not derivable at $x = 0$.

$f(x) = x\left(\frac{e^{1/x}-e^{-1/x}}{e^{1/x}+e^{-1/x}}\right)$ ఇచ్చుట $x \neq 0$ మరియు $f(0) = 0$ ఐతే $x = 0$ వద్ద f అవకలనీయం కాదు అని చూపండి.

26111

Scanned with OKEN Scanner

State and prove Rolle's theorem.

రోలె సిద్ధాంతంను ప్రవచించి,నిరూపించుము.

If $f(x) = x^2$ on $[0, 1]$ and $\rho = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$ compute $L(\rho, f)$ and $U(\rho, f)$.

$[0, 1]$ మీద $f(x) = x^2$ గా నిర్వచిస్తే $\rho = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$ విభజన అయితే $L(\rho, f)$, $U(\rho, f)$లను కనుక్కొండి.

If $f \in R[a,b]$, then prove that $f^2 \in R[a,b]$.

$f \in R[a,b]$ అయితే $f^2 \in R[a,b]$ అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL - 2015

SECOND YEAR EXAMINATION

Part II - Mathematics

Paper II - ABSTRACT ALGEBRA AND REAL ANALYSIS

(w.e.f. Academic year 2010 - 2011)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 100

Answer any **Ten** questions, choosing atleast **One** from **each** unit.

Each questions carries **10** marks

(Marks: 10×10 = 100)

ప్రతి యూనిట్ నుండి ఒక ప్రశ్నను ఎంచుకొని ఏవైనా పది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు

Unit - I

(Groups, Sub - Groups and Cosets)

1. If H and K are two subgroups of a group G, then prove that HK is a subgroup of G iff HK=KH

   ఒక సమూహం Gలో H, Kలు ఉపసమూహాలయితే HKకూడా Gలో ఉపసమూహం కావలెనన్న ఆవశ్యక పర్యాప్తనియమము HK=KH.

2. Prove that the set of n^{th} roots of unity under multiplication forms a finite abelian group

   1 యొక్క *n*వ మూలాల సమితి గుణకారం దృష్ట్యా ఒక పరిమితి ఎబీలియన్ సమూహం అవుతుందని చూపుము

3. State and prove Lagranges Theorem on groups

   సమూహాలపై లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము

4. If H is a subgroup of Group G, for $a,b \in G$ Prove that the relation $a \equiv b$ (mod H) is an equivalance relation

   సమూహం Gలో $a,b \in G, a \equiv b$ (మాపం H) అనే సంబంధము ఒక తుల్య సంబంధం అని నిరూపించుము

Unit - II

(Normal subgroups, Homomorphism, Permutation and cyclic groups)

5. Prove that every finite group is Isomorphic to a permutation group

   ప్రతి పరిమిత సమూహాము ప్రస్తార సమూహముతో తుల్యరూపత కల్గిఉంటుందని చూపుము

Scanned with OKEN Scanner

6. State and prove Cayley's Theorem

కెయిలీ సిద్ధాంతంను నిర్వచించి నిరుపించుము

7. Prove that every Infinite cyclic group G has exactly two generators

అనంత చక్రీయ సమూహమైన Gకి రెండు మాత్రమే జనకమూలకములుండును అని నిరూపించుము.

8. State and prove fundamental Theorem on groups .

సమూహాలపై సమరూపతామూలసిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించుము

Unit - III

(Rings, Ideals and Homomorphism of Rings)

9. Prove that every finite Integral domain is a field

ప్రతి పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశం ఒక క్షేత్రమగునని చూపుము

10. Show that the set of Gaussian Integers $J(i)=\{a+bi/a,b\in z, i^2=-1\}$ respect to addition and multiplication of numbers is an Integral domain.

సంఖ్యల సంకలనం మరియు గుణకారం దృష్ట్యా గాసియన్ పూర్ణాంకాల సమితి $J(i)=\{a+bi/a,b\in z, i^2=-1\}$ పూర్ణాంక ప్రదేశమవుతుందని చూపుము

11. a) Define Kernel of Homomorphism

కెర్నెల్ నిర్వచనము వ్రాయండి

b) If f is a Homomorphism of a ring R into a ring R'. Prove that f is an into Isomorphism $\Leftrightarrow Ker f=\{0\}$

$f:R\to R'$ వలయ సమరూపత అయితే f అన్వేక సమరూపత కావడానికి $\Leftrightarrow Ker f=\{0\}$ అవడం అవశ్యకము మరియు పర్యాప్తమూ అని నిరూపించుము

12. Prove that the characteristic of an Integral domain is either prime or zero

పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికం అభాజ్య సంఖ్యకాని లేక సున్నకాని అవుతుందని చూపుము

Unit - IV

(Continuity and Infinite Series)

13. State and Prove limit comparision Test

అవధిరూపంలో తులానాత్మక పరీక్ష నిర్వచించి నిరూపించండి

14. Test the convergence $\sum \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$.

$\sum \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$ అభిసరణను పరిశీలించండి

Scanned with OKEN Scanner

15. State and prove Bolzano Intermediate value theorem of continuity.

బోల్జానో మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతము అవిచ్ఛిన్నముపై నిర్వచించి నిరూపించుము.

16. If $f: I = [a,b] \to R$ is continuous on [a,b] Prove that f is bounded on [a,b] and attains its bounds for infimum or supremum.

$f: I = [a,b] \to R$ ప్రమేయం [a,b] లో అవిచ్ఛిన్నమైతే f ప్రమేయం [a,b] లో పరిబద్ధం అవుతూ దాని గ. ది. హ మరియు క. ఎ. హలను పొందుతుంది అని నిరూపించండి

Unit - V

(Differentiation and Rieman Integration)

17. State and prove Lagranges mean value Theorem

లెగ్రాంజ్ మాధ్యమ విలువల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించుము

18. If $f:[a,b] \to R$ is monotonic on [a,b], Prove that f is Integrable on [a,b]

$f:[a,b] \to R$ ప్రమేయం [a,b] ఏకాద్విష్టం అయితే [a,b] మీద సమాకలనీయం అని నిరూపించుము

19. Prove that every uniformly continuous function is continuous. But converse is not true. Justify your answer

ప్రతి ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము అవిచ్ఛిన్నమని చూపుము దీని విపర్యయము నిజంకానవసరంలేదు. మీ జవాబును సమర్థించండి

20. State and Prove fundamental Theorem of Integral Calculus.

సమాకలనుపై ప్రాథమిక సిద్ధాంతం లేక మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము

Scanned with OKEN Scanner

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — MARCH/APRIL 2013

SECOND YEAR EXAMINATION

Part II – Mathematics

Paper II — ABSTRACT ALGEBRA AND REAL ANALYSIS

(*w.e.f. Academic Year 2010-2011*)

Time : 3 hours

Max. Marks : 100

Answer any TEN questions. Choosing atleast ONE from each Unit.

Each question carries 10 marks.

ప్రతి యూనిట్ నుండి ఒక ప్రశ్నను ఎంచుకొని ఏదైనా పది ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

(Marks : $10 \times 10 = 100$)

UNIT – I

(Groups, Sub-groups and Cosets)

1. (a) Define a group. (2)

   సమూహము నిర్వచించుము.

   (b) Show that the set of all +ve rational numbers Q_+ forms an abelian group with operation defined by $a \circ b = (ab)/3$ for $a, b \in Q_+$. (8)

   $a, b \in Q_+$ కు $a \circ b = (ab)/3$ గా నిర్వచింపబడిన ధన అకరణీయ సంఖ్య సమితి Q_+ పై 'o' పరిక్రియ (Q_+, o) ఒక ఎబీలియన్ సమూహము అని చూపండి.

2. Prove that a non-empty finite subset of a group which is closed under multiplication is a subgroup of G. (10)

   ఒక సమూహము G లో సంవృత న్యాయం కలిగిన ప్రతి శూనేతర ఉపసమితి ఉపసమూహము అగును అని నిరూపించుము.

3. (a) Define a sub-group. (2)

   ఉపసమూహము నిర్వచించుము.

   (b) If H and K are two subgroups of a group G. Show that HK is a subgroup of $G \Leftrightarrow HK = KH$. (8)

   ఒక సమూహము G లో H, K లు ఉపసమూహాలయితే, HK కూడ G లో ఉపసమూహము కావలెనన్న ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము $HK = KH$ అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

4. (a) Define cosets of H. (2)

సహసమితి నిర్వచనము వ్రాయండి.

(b) State and prove the Lagrange's theorem for finite groups. (8)

లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతము నిర్వచించి నిరూపించుము.

UNIT – II

(Normal Sub-groups, Homomorphism, Permutation and Cyclic groups)

5. (a) Define normal subgroup. (2)

అభిలంబ ఉపసమూహము నిర్వచనము వ్రాయండి.

(b) If H is a normal subgroup of G. Prove that the set $\frac{G}{H}$ of all cosets of H in G with respect to coset multiplication is a group. (8)

$(G, \bullet)$ కు H ఒక అభిలంబ ఉపసమూహము G లోని H యొక్క సహసమితుల సమితి $\frac{G}{H}$ సహసమితుల గుణకారము దృష్ట్యా ఒక సమూహము అని చూపండి.

6. State and prove Fundamental theorem on Homomorphism of groups. (10)

సమూహల యొక్క సమరూపతా మూల సిద్ధాంతము నిర్వచించి నిరూపించుము.

7. (a) Find the regular permutation group isomorphic to the multiplicative group $\{1, -1, i, -i\}$. (5)

గుణన సమూహము $\{1, -1, i, -i\}$ కు తుల్య రూపత కలిగిన క్రమ సాష్ఠవ సమూహము కనుక్కోండి.

(b) Examine whether the permutation is even or odd $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}$. (5)

క్రింది ప్రస్తారము సరియో, బేసియో నిర్ణయించండి.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}$$

8. (a) Define cyclic group. (2)

చక్రీయ సమూహము నిర్వచనము వ్రాయండి.

(b) Prove that the order of a cyclic group is equal to the order of its generator. (8)

ఒక చక్రీయ సమూహము తరగతి దాని జనక మూలకము తరగతికి సమానమగును అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

UNIT – III

(Rings, Ideals and Homomorphism of Rings)

9. Prove that $Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in Q\}$ is a field with respect to ordinary addition and multiplication of numbers. (10)

$Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in Q\}$ సమితి, సంఖ్యల సాధారణ సంకలన, గుణనాల దృష్ట్యా వలయం అవుతుందని నిరూపించండి.

10. (a) Define characteristic of a ring. (2)

వలయం యొక్క లాక్షణికము నిర్వచనము వ్రాయండి.

(b) Prove that characteristic of an integral domain is either a prime or zero. (8)

పూర్ణాంక ప్రదేశం యొక్క లాక్షణికం అభాజ్య సంఖ్య కాని లేక సున్న కాని అవుతుంది అని నిరూపించండి.

11. Prove that an ideal U of a commutative ring 'R' with unity is maximal if and only if the quotient ring $\frac{R}{U}$ is a field. (10)

తత్సమ మూలకం కల వినిమయ వలయమైన R లో U అనే ఆదర్శం అధికతమం కావడానికి ఆవశ్యం పర్యాప్త నియమం వ్యుత్పన్న వలయమైన $\frac{R}{U}$ క్షేత్రం అవుతుంది అని చూపండి.

12. State and prove the fundamental theorem of homomorphism on Rings. (10)

వలయం యొక్క సమరూపతా మూల సిద్ధాంతము నిర్వచించి నిరూపించుము.

UNIT – IV

(Continuity and Infinite Series)

13. State and prove Cauchy's n^{th} root test. (10)

కోషి n వ మూలపరీక్ష నిర్వచించి నిరూపించుము.

14. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4-1}\right)$. (10)

అభిసరణతకు పరీక్షించండి $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4-1}\right)$.

15. If $f:[a,b] \to R$ is continuous on $[a,b]$. Prove that f is bounded on $[a,b]$. (10)

$f:[a,b] \to R$ ప్రమేయం $[a,b]$ లో అవిచ్ఛిన్నమైతే $[a,b]$ లో f పరిబద్ధం.

136

Scanned with OKEN Scanner

16. Let $f : R \to R$ be such that $f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$ for $x < 0$, $f(x) = C$ for $x = 0$, and $f(x) = \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}}$ for $x > 0$. Determine the values of a, b, c for which the function is continuous at $x = 0$. (10)

$f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$; $x < 0, f(x) = C$, $x = 0$ మరియు $f(x) = \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}}$, $x > 0$ అయ్యేటట్లు $f : R \to R$ అనుకోండి. $x = 0$ వద్ద ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్నం కావడానికి a, b, c విలువలను నిర్ణయించండి.

UNIT – V

(Differentiation and Riemann Integration)

17. If $f(x) = x\left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}\right)$ if $x \neq 0$ and $f(0) = 0$, show that f is not derivable at '0'. (10)

$f(x) = x\left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}\right)$, $x \neq 0$ మరియు $f(0) = 0$ ప్రమేయం '0' వద్ద f అవకలనీయం కాదని నిరూపించండి.

18. State and prove Cauchy's mean value theorem. (10)

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతం నిర్వచించి నిరూపించండి.

19. Show that a bounded function $f : [a, b] \to R$ is Riemann integrable on $[a, b]$ if for $\varepsilon > 0$ there exists a partition of P of $[a, b]$ such that $0 \leq U(p, f) - L(p, f) < \varepsilon$. (10)

$f : [a, b] \to R$ పరిబద్ధ ప్రమేయం $[a, b]$ మీద రీమాన్ సమాకలనీయం కావడానికి ఆవశ్యకత పర్యాప్త నియమం ప్రతి $\varepsilon > 0$ కు అనుగుణంగా $0 \leq U(p, f) - L(p, f) < \varepsilon$ అయ్యేటట్లు $P \in \wp[a, b]$ వ్యవస్థితం.

20. If $f, g \in R[a, b]$, then prove that $f + g \in R[a, b]$ and $\int_a^b (f+g)(x) = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$. (10)

$f, g \in R[a, b]$ అయితే $f + g \in R[a, b]$ మరియు $\int_a^b (f+g)(x) = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ అని చూపండి.

875/4 = 72.9 411/600

1200 464/600 = 7

Scanned with OKEN Scanner

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — MARCH/APRIL 2012

SECOND YEAR EXAMINATION

Part II — Mathematics

Paper II — ABSTRACT ALGEBRA AND REAL ANALYSIS

(With effect from the academic year 2009-2010)

Time : 3 hours Max. Marks : 100

SECTION - A

గ్రూపు – ఎ

Answer any SIX questions. Each question carries 6 marks.

క్రింది వాటిలో ఆరు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 6 మార్కులు.

(Marks : 6 × 6 = 36)

1. In a group G if a, b are two elements which commute. Then show that a^{-1} and b^{-1} also commute.

   G అనే సమూహంలో a, b అనే మూలకాలు స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటించిన వాటి విలోమాలు లు కూడా స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయని చూపండి.

2. Prove that the intersection of two subgroups is also a sub-group.

   R అనే వలయం యొక్క రెండు ఉపవలయాల ఛేదనం కూడా ఉపవలయమని చూపండి.

3. Prove that an infinite cyclic group has exactly two generators.

   ఒక అపరిమిత చక్రీయ సమూహానికి రెండే రెండు జనక మూలకాలు ఉంటాయని చూపండి.

4. Give an example of :

   (a) A non commutative ring with unity.

   (b) An integral domain which is not a field.

   (c) A division ring which is not a field.

   క్రింది వానికి ఒక ఉదాహరణనిమ్ము.

   (a) తత్సమ మూలకము గల అస్థిత్యంతర వలయం

   (b) క్షేత్రముకాని విభాగ వలయం

   (c) క్షేత్రము గాని పూర్ణాంక ప్రదేశము.

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

5. If in a ring R, $a^2 = a$, $\forall a \in R$ then prove that $a + a = 0$.

R అనే వలయంలో $\forall a \in R$ కు $a^2 = a$, అయిన $a + a = 0$ అని నిరూపించుము.

6. Test the convergence of $\sum \frac{n^2}{3^n}$.

$\sum \frac{n^2}{3^n}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించుము.

7. Discuss the continuity of the function $f(x) = \frac{x^2}{2}$ if $0 \le x < 1$ and $f(x) = 2x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ if $1 < x \le 2$ at $x = 1$.

$0 \le x < 1$ అయినపుడు $f(x) = \frac{x^2}{2}$ మరియు $1 < x \le 2$ అయినపుడు $f(x) = 2x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయం యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను $x = 1$ వద్ద పరీక్షించుము.

8. Find the interval in which $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ is increasing or decreasing. Find also the stationery points.

$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ అను ప్రమేయంలో ఏ అంతరంలో ఆరోహణమో, అవరోహణమో కనుగొని దాని స్థిర బిందువులను కనుగొనుము.

9. Find the upper and lower Riemann sums of $f(x) = \sin x$ on $[0, \pi]$ for the partition $P = \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\}$

$P = \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\}$ విభజన దృష్ట్యా $[0, \pi]$ పై $f(x) = \sin x$ యొక్క ఎగువ దిగువ రీమాన్ మొత్తాలను కనుగొనుము.

10. Show that $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$.

$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$ అని చూపండి.

Scanned with OKEN Scanner

SECTION - B

సెక్షన్ – బి

Answer any EIGHT of the following, choosing TWO from each Unit.

Each question carries 8 marks.

క్రింది వాని నుండి ప్రతి యూనిట్ నుండి రెండు ప్రశ్నలను ఎన్నుకొని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

ప్రతి ప్రశ్నకు 8 మార్కులు.

(Marks : $8 \times 8 = 64$)

UNIT – I

11. Show that the set $G = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in Q\}$ is a group with respect to the addition.

సంకలనము దృష్ట్యా $G = \{a + b\sqrt{2}/a, b \in Q\}$ అను సమితి సమూహమును ఏర్పడునని చూపండి.

12. Let H and K be two subgroups of a group G. Then HK is a subgroup of G iff $HK = KH$.

H, K లు, ను సమూహమునకు ఉపసమూహాలు అయిన HK ఒక ఉపసమూహము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం $HK = KH$ అని చూపండి.

13. Prove that any two right (left) cosets of a sub-group are either identical or disjoint.

ఒక ఉపసమూహము యొక్క రెండు కుడి (ఎడమ) సహమితులు సమానాలు లేదా వియుక్తాలు అని చూపండి.

14. Prove that every group of prime order is cyclic.

ఒక సమూహము యొక్క తరగతి ప్రధాన సంఖ్య అయిన అది శక్రీయమని చూపండి.

UNIT – II

15. Prove that the set of all 2×2 matrices of the form $\begin{bmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix}$, for $a, b \in Z$ is a left ideal but not a right ideal of the ring R of all 2×2 matrices.

$(\mu_2, +)$ మాత్రికా వలయానికి $U = \left\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}/a, b \in Z\right\}$ ఎడమ ఐడియల్ అయి కుడి ఐడియల్ కాదని చూపండి.

136

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

16. If P is a prime, show that the ring of integers mod p is a field.

P ఒక అభాజ్య సంఖ్య అయిన $(Z_p, +,)$ ఒక క్షేత్రమని చూపండి.

17. Prove that an ideal in Z is a maximal iff it is generated by a prime number.

పూర్ణాంక వలయమైన Z లో అనేది M అనేది అధికతమ ఐడియల్ కావడానికి ఆవశ్య పర్యాప్త నియమం అది అభాజ్య సంఖ్యచే జనితం అని చూపండి.

18. Prove that any integral domain can be embedded in a field.

ప్రతీ పూర్ణాంక ప్రదేశాన్ని ఒక క్షేత్రంలో ఇమడ్చవచ్చు అని చూపండి.

UNIT – III

19. Show that the series $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{4^4}+\cdots$ converges.

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{4^4}+\cdots$ అనే శ్రేణి అభిసరిస్తుందని చూపండి.

20. Test for absolute convergence of the series $\frac{1}{1\cdot2}-\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{5\cdot6}-\frac{1}{7\cdot8}\cdots$

$\frac{1}{1\cdot2}-\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{5\cdot6}-\frac{1}{7\cdot8}\cdots$ అను శ్రేణి యొక్క సంపూర్ణాభిసరతను పరీక్షించుము.

21. Obtain the points of discontinuity of f defined by $f(0)=0$, $f(x)=\frac{1}{2}-x$ for $0<x<\frac{1}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$, $f(x)=\frac{3}{2}-x$ for $\frac{1}{2}<x<1$ and $f(1)=1$ and name the type of discontinuity.

$f(0)=0$; $0<x<\frac{1}{2}$ వద్ద $f(x)=\frac{1}{2}-x$, $\frac{1}{2}<x<1$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$, వద్ద $f(x)=\frac{3}{2}-x$ మరియు $f(1)=1$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయపు విచ్ఛిన్నతా బిందువులను కనుగొని దాని పేరును వ్రాయుము.

Scanned with OKEN Scanner

22. Prove that a function $f:[a,b]\rightarrow R$ is uniformly continuous iff f is continuous.

$f:[a,b]\rightarrow R$ అను ప్రమేయం ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం f అవిచ్ఛిన్నం కావడం అని చూపండి.

UNIT – IV

23. Discuss the differentiability of $f(x)=5x-4$, if $0<x\le 1$, $f(x)=ux^2-3x$ if $1<x<2$ and $f(x)=3x+u$ if $x\ge 2$ at $x=1, 2$.

$0<x\le 1$ వద్ద $f(x)=5x-4$; $1<x<2$ వద్ద $f(x)=ux^2-3x$; $x\ge 2$ వద్ద $f(x)=3x+u$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయ యొక్క అవకలనీయతమే $x=1, 2$ ల వద్ద చర్చించుము.

24. Discuss the applicability of Lagrange's mean value theorem for $f(x)=x(x-1)(x-2)$ on $\left[0,\frac{1}{2}\right]$.

$\left[0,\frac{1}{2}\right]$ అంతరంలో $f(x)=x(x-1)(x-2)$ ప్రమేయానికి లెగ్రాంజి సిద్ధాంత ప్రయోగాన్ని విచారించుము.

25. Prove that if $f\in R[a,b]$ and ϕ is a primitive of f, then $\int_a^b f(x)\,dx=\phi(b)-\phi(a)$ and show that the function $f(x)=x[n]$ is integrable on $[0,2]$ and $\int_0^2 x[n]\,dx=\frac{3}{2}$.

$f\in R[a,b]$ మరియు f కి పూర్వగము ϕ అయితే $\int_a^b f(x)\,dx=\phi(b)-\phi(a)$ అని చూపండి. మరియు $f(x)=x[n]$ ప్రమేయం $[0,2]$ పై సమాకలనీయమని చూపి $\int_0^2 x[n]\,dx=\frac{3}{2}$ అని చూపండి.

136

[P.T.O.]

Scanned with OKEN Scanner

26. Show that $\underset{n \to \infty}{lt} \left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \cdots + \frac{1}{8^n} \right] = \frac{3}{8}$.

$$\underset{n \to \infty}{lt} \left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \cdots + \frac{1}{8^n} \right] = \frac{3}{8}$$

పై సమానతను నిరూపించండి.

Scanned with OKEN Scanner